**ESTYMACJA PUNKTOWA**

1. W wylosowanych 9 punktach sprzedaży w pewnym mieście w określonym dniu zbadano cenę produktu A i otrzymano rezultaty:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Punkt sprzedaży | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Cena w zł za 1 sztukę (xi) | 1,15 | 1,18 | 1,16 | 1,20 | 1,12 | 1,19 | 1,17 | 1,15 | 1,14 |

Korzystając z procedury estymacji punktowej oszacować:

1. przeciętną cenę produktu A za 1 szt. W określonym dniu w całej zbiorowości (miasto),
2. odchylenie standardowe ceny produktu A w określonym dniu w badanym mieście.
3. W pewnym przedsiębiorstwie w sposób losowy wybrano 15 rozmów telefonicznych, zbadano długość ich trwania oraz ustalono czy są to rozmowy lokalne czy też międzynarodowe. Zebrano to w poniższej tabeli:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Nr | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| Minuty | 2 | 12 | 10 | 3 | 5 | 6 | 3 | 5 | 8 | 4 | 5 | 4 | 5 | 4 | 9 |
| Rodzaj rozmowy | L | M | L | L | M | L | L | L | L | L | L | L | L | L | M |

1. oszacować przeciętny czas trwania wszystkich rozmów telefonicznych w firmie,
2. oszacować odchylenie standardowe czasu trwania wszystkich rozmów telefonicznych w firmie,
3. oszacować odsetek (procent) rozmów międzynarodowych wśród ogółu rozmów telefonicznych w firmie,
4. wyznaczyć błąd standardowy odsetka rozmów międzynarodowych wśród ogółu rozmów telefonicznych w firmie.

**ESTYMACJA PRZEDZIAŁOWA nieznanej wartości średniej populacji generalnej**

1. Sklep prowadzący sprzedaż ratalną ustalił, że wśród wylosowanych 81 klientów dokonujących zakupów na raty średnia wielkość jednorazowej sprzedaży wyniosła 680 zł. Z poprzednich lat wiadomo, że odchylenie standardowe zakupów ratalnych wynosi 270 zł. Z prawdopodobieństwem wynoszącym 0,95 należy oszacować przeciętną wielkość sprzedaży ratalnej tego sklepu.
2. Pewna firma brokerska chce ustalić przeciętne dzienne obroty na podstawie obserwowanych kolejnych 36 dni roboczych. Średnia dzienna wartość zrealizowanej sprzedaży w badanej próbie wyniosła 139 tys. zł., a odchylenie standardowe 12 tys. Zł. Z prawdopodobieństwem wynoszącym odpowiednio: a) 95%, b) 99% oszacować przeciętne dzienne obroty sprzedaży w tej firmie brokerskiej.
3. Dla potrzeb oszacowania średniego czasu życia żarówek określonego modelu wylosowany 7 żarówek. Poniższe dane prezentują długość trwania życia wylosowanych żarówek:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Żarówka | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Tys. h | 8,1 | 7,9 | 9,6 | 6,4 | 8,7 | 8,8 | 7,9 |

Na poziomie 90% ufności oszacować przeciętne trwanie życia żarówek badanego modelu (wszystkich żarówek tej produkcji).

1. Odchylenie standardowe dziennej sprzedaży pewnego produktu powszechnego użytku wynosi 70 sztuk. Przez ile dni powinna być obserwowana sprzedaż tego produktu dla potrzeb oszacowania średniej dziennej sprzedaży, przy poziomie ufności wynoszącym 0,90 oraz błędzie standardowym nie wyższym niż 15 szt.?

**ESTYMACJA PRZEDZIAŁOWA nieznanego wskaźnika struktury zbiorowości generalnej**

1. Właściciel siłowni ma zamiar wprowadzić dodatkowe ćwiczenia gimnastyczne dla klientów. W tym celu zamierza kupić specjalne urządzenie. Na podstawie próby wylosowanych 200 klientów ustalono, że 160 osób chciałoby stosować to urządzenie. Oceń z 95% wiarygodnością odsetek wszystkich klientów siłowni chcących ćwiczyć na nowym urządzeniu.
2. Właściciel sklepu z artykułami żywnościowymi chce ustalić procent swoich stałych klientów spośród ogółu klientów jego sklepu. Jak liczną próbę powinien wylosować, aby z prawdopodobieństwem 95% maksymalny błąd szacunku nie przekraczał 5%?

**TESTOWANIE HIPOTEZ**

1. Firma zajmująca się dystrybucją oleju napędowego w województwie A podjęła działania zmierzające do tego, aby cena tego produktu w tym województwie była konkurencyjna w stosunku do ceny proponowanej przez województwo B (firma konkurencyjna prowadzi dystrybucję paliwa w województwie B).

Po redukcji kosztów w firmie wylosowano 49 stacji benzynowych województwa A i zbadano cenę oleju napędowego, która wynosiła 1,86 zł za 1 litr. Ponadto ustalono, że odchylenie standardowe ceny tego produktu w tym województwie wynosi 0,08 zł za 1L, a przeciętna cena oleju napędowego w województwie B w tym samym okresie kształtowała się na poziomie 1,90 zł za 1 litr. Czy dyrekcja firmy miała powody do zadowolenia?

1. Innymi słowy czy zastosowana redukcja kosztów doprowadziła do tego, że cena oleju napędowego w województwie A była istotnie niższa od ceny oleju w województwie B? Przyjmujemy poziom istotności α=0,5.
2. Wyznacz wartość p. Jakie wnioski płyną z wyznaczonej wartości p?
3. Właściciel sklepu twierdzi, że przeciętne dzienne zakupy dokonywane przez jego stałych klientów na ogół przekraczają 20 zł. W tym celu w losowo wybranym dniu zaobserwowano przeciętny zakup 17 stałych klientów na poziomie 21,5 zł oraz odchylenie standardowe zakupy tych osób, które obliczono na 3,6 zł. Zakładając błąd I rodzaju w wysokości 1%, odpowiednim testem istotności zweryfikować hipotezę, że przeciętna wielkość dziennych zakupów stałych klientów jest istotnie wyższa od 20 zł.
4. W pewnym browarze z bieżącej produkcji wylosowano jedną skrzynkę z 20 butelkami piwa napełnionymi automatem i zbadano ich zawartość (w ml): 496; 480; 494; 499; 500; 501; 499; 493; 472; 495; 474; 502; 487; 490; 491; 501; 500; 497; 486; 483. Sprawdź, czy zawartość butelki, przeciętnie rzecz biorąc, jest istotnie niższa od 500 ml, przyjmując błąd I rodzaju w wysokości 5%.
5. Przedsiębiorstwo handlowe A zajmuje się dystrybucją kawy sprzedając kawę w opakowaniach, których waga powinna wynosić co najmniej 3 kg. W partii kawy dostarczonej przez przedsiębiorstwo A do spółki B wylosowano 36 opakowań. Średnia waga jednego opakowania w próbie wyniosła 2,92 kg, a odchylenie standardowe 0,18 kg.
6. Dyrektor spółki B chciałby wiedzieć na poziomie istotności α=0,01, czy średnio rzecz biorąc, waga opakowania odbiega istotnie od normy. Nie chce bowiem podejmować pochopnie żadnych działań przeciwko dostawcy A.
7. Wyznacz wartość p. Jakie wnioski z tylu obliczeń wynikają?
8. Właściciel butiku z odzieżą męską uważa, że odsetek kobiet wśród kupujących nie różni się istotnie od 50%. Korzystając z poniższych danych, przeprowadź odpowiedni test wiedząc, że poziom istotności wynosi 0,05 zaś próba klientów liczy 400 osób, wśród których zaobserwowany 168 kobiet.
9. Załóżmy, że długość „życia opon” samochodowych ma rozkład normalny N(μ,δ). Producent twierdzi, że wartość przeciętna tej charakterystyki jest równa 50 tys. km. Na podstawie 100 losowo wybranych opon otrzymano =45 tys. km. Oraz =8 tys. km.

Czy na poziomie istotności α=0,05 można uważać, że producent ma rację?

1. W pewnym rejonie morza dokonano 5 niezależnych pomiarów głębokości morza. Otrzymano średnią głębokość morza =770 m oraz odchylenie standardowe =6,2. Na poziomie istotności α=0,02 należy zweryfikować hipotezę, że średnia głębokość morza w tym rejonie wynosi μ=775 m przyjmując, że rozkład pomiarów głębokości w tym rejonie morza ma rozkład normalny.
2. Cecha X ma rozkład normalny N(μ,δ), gdzie μ i δ są nieznane. Na podstawie 17 elementowej próby obliczono =60, =0,5. Zweryfikować hipotezę H0: μ61,5, wobec hipotezy H1: μ61,5 na poziomie istotności α=0,05.
3. Z dużej partii słupów betonowych wybrano próbę losową (64). Średnia wytrzymałość na ściskanie w tej próbie wynosi =245 kG/cm, =5 kG/cm. Zweryfikować hipotezę H0: μ240 kG/cm, wobec hipotezy alternatywnej H1: μ240 kG/cm na poziomie istotności α=0,01, przy założeniu, że wytrzymałość na ściskanie jest zmienną losową o rozkładzie normalnym.
4. W pewnym zakładzie wybrano losowo 10 pracowników. Otrzymano średni wiek =32 lata oraz =4 lata. Zakładając, że wiek pracowników ma rozkład normalny zweryfikować hipotezę, na poziomie istotności α=0,05, że średni wiek pracowników jest istotnie wyższy niż 30 lat (wsk. H0: μ30, H1: μ30).